



Bài 1: (3 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $\sqrt{3x+5} = x-1$.

b) $3x\sqrt{x^2+x+1} = 2x+2$.

c)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(x+y) + 7 = 0 \\ x + y - xy - 1 = 0 \end{cases}$$
.

Bài 2: (2 điểm) Tìm giá trị tham số m sao cho

a) Phương trình $m^2(x-1) = 2(mx-2)$ vô nghiệm.

b) Phương trình $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 4 = 0$ có hai nghiệm âm.

Bài 3: (1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x\sqrt{4-x}$ với $0 \leq x \leq 4$.

Bài 4: (2 điểm) Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Gọi M là điểm tùy ý.

a) Chứng minh rằng: $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$

b) Tìm tập hợp các điểm M sao cho $MA^2 + \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$.

Bài 5: (2 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -2)$, $B(-3; 2)$ và $C(3; 5)$.

a) Tìm tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$.

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho $\angle AMB = 30^\circ$.

HẾT

Họ tên học sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM

Bài 1a: $\sqrt{3x+5} = x-1$		<u>1đ</u>
<u>CÁCH 1:</u>		
• Pt $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+5=(x-1)^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$		0.25x2
$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x-4=0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5+\sqrt{41}}{2}$		0.25x2
<u>CÁCH 2:</u>		
• Bình phương 2 vế: $3x+5=(x-1)^2 \Leftrightarrow x^2-5x-4=0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$		0.25x3
• Thử lại: Pt có nghiệm $x = \frac{5+\sqrt{41}}{2}$		0.25
Bài 1b: $3x\sqrt{x^2+x+1} = 2x+2$		<u>1đ</u>
• Biến đổi: $\frac{3x}{\sqrt{x^2+x+1}} = 2 - \frac{2x^2}{x^2+x+1}$		0.25
• Đặt $t = \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}}$: Pt thành $2t^2 + 3t - 2 = 0$		
$\Leftrightarrow t = -2 \vee t = \frac{1}{2}$		0.25
• $-x = 2\sqrt{x^2+x+1}$: vô nghiệm.		0.25
• $2x = \sqrt{x^2+x+1} \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{13}}{6}$		0.25
Bài 1c: $\begin{cases} x^2+y^2-4(x+y)+7=0 \\ x+y-xy-1=0 \end{cases}$		<u>1đ</u>
• Đặt $S = x+y$; $P = xy$.		
• $\begin{cases} S^2-2P-4S+7=0 \\ S-P-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2-6S+9=0 \\ P=S-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases}$		0.25x3
• Hpt có nghiệm là $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$		0.25
Bài 2a: $m^2(x-1) = 2(mx-2)$ vô nghiệm		<u>1đ</u>
• Pt $\Leftrightarrow (m^2-2m)x = m^2-4$		0.25
• Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m=0 \\ m^2-4 \neq 0 \end{cases}$		0.25x2
$\Leftrightarrow m = 0$		0.25

Bài 2b: $x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 4 = 0$ có hai nghiệm âm	1đ
• Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 4m + 17 \geq 0 \\ -(2m + 1) < 0 \\ m^2 - 4 > 0 \end{cases}$	0.25x2
$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -17/4 \\ m > -1/2 \\ m < -2 \vee m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$	0.25x2
Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x\sqrt{4-x}$ với $0 \leq x \leq 4$	1đ
• $y^2 = x^2(4-x) = 4 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot (4-x) \leq 4 \left(\frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + 4-x}{3} \right)^3 = \frac{256}{27}.$	0.25x2
• Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{8}{3}.$	0.25
• $y_{\max} = \frac{16}{3\sqrt{3}}.$	0.25
Bài 4a: $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$	1đ
• $VT = (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} - \vec{IA})^2$	0.25x2
$= 2MI^2 + 2IA^2 = 2MI^2 + 2\left(\frac{AB}{2}\right)^2 = VP$	0.25x2
Bài 4b: Tập hợp điểm M sao cho $MA^2 + \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$	1đ
• $MA^2 + \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \Leftrightarrow \vec{MA} \cdot (\vec{MA} + \vec{MB}) = 0$	0.25
$\Leftrightarrow \vec{MA} \cdot \vec{MI} = 0 \Leftrightarrow \vec{MA} \perp \vec{MI}$	0.25x2
• Tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AI .	0.25
Bài 5a: Trục tâm H của ΔABC với $A(3; -2); B(-3; 2); C(3; 5).$	1đ
• $H(x; y)$ là trục tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases}$	0.25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3y = 12 \\ 7y = 14 \end{cases}$	0.25x2
• $H(1; 2)$	0.25
Bài 5b: $M \in tia Ox$ sao cho $\angle AMB = 30^\circ$	1đ
• $M(x; 0); \vec{MA} \cdot \vec{MB} = \frac{\sqrt{3}}{2} MA \cdot MB$	0.25
$\Rightarrow x^4 - 74x^2 + 169 = 0$	0.25
$\Leftrightarrow x = \pm(2\sqrt{3} \pm 5)$	0.25
• Thử lại: $M(2\sqrt{3} + 5; 0).$	0.25

HẾT